Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați $\lg 100 + \lg \frac{1}{10}$.

5p **2.** Determinați mulțimea valorilor funcției $f:\{-1,0,1\} \to \mathbb{R},\ f(x) = -x+2$.

5p **3.** Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2 + 2x - 1$.

5p **4.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+1} = 9$.

5p **5.** Într-un reper cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$ și $B(2,0)$. Calculați distanța de la *A* la *B*.

5p **6.** Calculați $\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea $M = \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y + \frac{4}{9}$.

5p **a)** Verificați dacă $x \circ y = \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$, pentru orice $x, y \in M$.

5p **b)** Arătați că $x \circ y = y \circ x$, pentru orice $x, y \in M$.

5p **c)** Demonstrați că legea de compoziție „$\circ$” este asociativă.

5p **d)** Determinați $e \in M$ astfel încât $x \circ e = e \circ x = x$, pentru orice $x \in M$.

5p **e)** Rezolvați în mulțimea M ecuația $x \circ x = \frac{4}{9}$.

5p **f)** Arătați că $\left(a + \frac{1}{3}\right) \circ 3 \circ \left(a + \frac{1}{3}\right) = \frac{8a^2 + 1}{3}$, pentru orice $a \in M$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} m & 1 & -1 \\ 1 & m & -1 \\ -1 & 1 & m \end{pmatrix}$ și sistemul (S) $\begin{cases} mx + y - z = 1 \\ x + my - z = 1 \\ -x + y + mz = 1 \end{cases}$, unde *m* este un număr real.

5p **a)** Calculați $\det(A(2))$.

5p **b)** Arătați că $\det(A(m)) = m^3 - m$.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui m pentru care $\det(A(m)) = 0$.

5p **d)** Verificați dacă, pentru $m = 3$, tripletul $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ este soluție a sistemului (S).

5p **e)** Pentru $m = 2$, rezolvați sistemul (S).

5p **f)** Pentru $m = 0$, arătați că sistemul (S) nu are soluții.

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\lg 100+\lg\frac{1}{10}=\lg 10=$	**3p**
	$=1$	**2p**
2.	$f(-1)=3,\ f(0)=2,\ f(1)=1$	**3p**
	$\operatorname{Im} f=\{1,2,3\}$	**2p**
3.	$x_v=-\frac{b}{2a}=-1$	**2p**
	$y_v=-\frac{\Delta}{4a}=-2$	**3p**
4.	$3^{2x+1}=3^2$	**2p**
	$2x+1=2\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$	**3p**
5.	$AB=\sqrt{(2-1)^2+(0-2)^2}=$	**3p**
	$=\sqrt{5}$	**2p**
6.	$\sin 10^\circ=\cos 80^\circ$	**2p**
	$\sin^2 80^\circ+\cos^2 80^\circ=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

a)	$x\circ y=xy-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y+\frac{1}{9}+\frac{3}{9}=$	**1p**
	$=x\left(y-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{3}\left(y-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}=$	**2p**
	$=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$ pentru orice $x,y\in M$	**2p**
b)	$x\circ y=xy-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y+\frac{4}{9}$	**2p**
	$y\circ x=yx-\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}x+\frac{4}{9}$	**2p**
	Finalizare	**1p**
c)	$(x\circ y)\circ z=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)\left(z-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$, pentru orice $x,y,z\in M$	**2p**
	$x\circ(y\circ z)=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)\left(z-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$, pentru orice $x,y,z\in M$	**2p**
	Finalizare	**1p**

d)	$x \circ e = e \circ x$, pentru orice $x \in M$ $x \circ e = x \Rightarrow xe - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}e + \frac{4}{9} = x \Rightarrow \left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot e = \frac{4}{3} \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right)$, pentru orice $x \in M$ $e = \frac{4}{3}$	**1p** **3p** **1p**
e)	$x \circ x = \frac{4}{9} \Rightarrow x^2 - \frac{2}{3}x = 0$ $x = 0$ sau $x = \frac{2}{3}$ Finalizare: $x = \frac{2}{3}$	**2p** **2p** **1p**
f)	$\left(a + \frac{1}{3}\right) \circ 3 = \frac{8a+1}{3}$ $\left(a + \frac{1}{3}\right) \circ 3 \circ \left(a + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{8a+1}{3}\right) \circ \left(a + \frac{1}{3}\right) = \frac{8a^2+1}{3}$, pentru orice $a \in M$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\det(A(2)) = 6$	**2p** **3p**
b)	$\det(A(m)) = m^3 - 1 + 1 - m + m - m =$ $= m^3 - m$	**2p** **3p**
c)	$\det(A(m)) = 0 \Rightarrow m^3 - m = 0$ $m(m-1)(m+1) = 0 \Rightarrow m = -1, m = 0, m = 1$	**2p** **3p**
d)	$m = 3 \Rightarrow \begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \\ -x + y + 3z = 1 \end{cases}$ Verificare: $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ este soluție a sistemului	**2p** **3p**
e)	$m = 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + 2y - z = 1 \\ -x + y + 2z = 1 \end{cases}$ $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2}$	**1p** **4p**
f)	$m = 0 \Rightarrow \begin{cases} y - z = 1 \\ x - z = 1 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ Scăzând primele 2 ecuații se obține $y = x$ Înlocuind în a treia ecuație se obține $0 = 1$, imposibil, deci sistemul (S) nu are soluții pentru $m = 0$	**1p** **2p** **2p**