

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu rația $r = -2$ și $a_1 = 19$. Calculați a_7 .
- 5p 2. Determinați coordonatele punctelor de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4 - \frac{4x}{3}$ cu axa Ox și respectiv cu axa Oy .
- 5p 3. Arătați că ecuația $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$ admite două soluții reale distincte, pentru orice $m \in \mathbb{R}$.
- 5p 4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1} + 2 \cdot 3^x = 45$.
- 5p 5. Se consideră paralelogramul $ABCD$ și M, N, P, Q mijloacele laturilor (AB) , (BC) , (CD) respectiv (DA) . Demonstrați că $\overline{AM} + \overline{AQ} + \overline{CN} + \overline{CP} = \vec{0}$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu ipotenuza $BC = 20$ și $\cos B = \frac{3}{5}$. Calculați perimetrul triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y + 1$.

- 5p a) Arătați că $(-5) * 5 = (-10) * 10$.
- 5p b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2 * x \leq 13$.
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x * 2^x = 21$.
- 5p d) Demonstrați că $(x * y) * z = x * (y * z)$, pentru orice numere reale x, y, z .
- 5p e) Determinați simetricul elementului $x = 3$ în raport cu legea de compoziție "*", știind că elementul neutru este $e = -1$.
- 5p f) Determinați numărul elementelor mulțimii $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n * (n+1) \leq 2012\}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & a & a \\ a & a & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații (S) $\begin{cases} ay + az = 1 \\ ax + ay = 0, \text{ unde } a \\ ax + az = 2 \end{cases}$

este un număr real nenul.

- 5p a) Calculați determinantul matricei A .
- 5p b) Arătați că matricea B este inversabilă pentru orice $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- 5p c) Pentru $a = 1$, arătați că ${}^t(AB) = BA$.
- 5p d) Pentru $a = 1$, arătați că tripletul $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ este soluție a sistemului (S).
- 5p e) Rezolvați sistemul (S), pentru $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- 5p f) Determinați numărul real nenul a pentru care soluția (x_0, y_0, z_0) a sistemului (S) verifică relația $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{1}{4}$.