

## Olimpiada Națională de Matematică 2007

### Clasa a VI-a

#### CLASA A VI-A

1. În două urne sunt câte zece bile identice: în urna A sunt bile numerotate  $1, 3, 5, \dots, 19$ , iar în urna B sunt bile numerotate  $2, 4, 6, \dots, 20$ .

Fie  $n$  un număr natural,  $1 \leq n \leq 10$ . Se extrag din fiecare urnă câte  $n$  bile, apoi bilele extrase dintr-o urnă se introduc în cealaltă urnă. Notăm cu  $p_n$  probabilitatea ca sumele numerelor înscrise pe bilele din cele două urne să devină astfel egale.

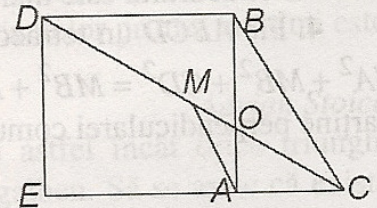
a) Calculați  $p_1$ .

b) Calculați  $p_2$ .

2. Triunghiul  $ABC$  are  $m(\hat{A}) = 90^\circ$  și  $m(\hat{B}) < m(\hat{C})$ . Se știe că există un punct  $D$  astfel încât  $BD$  paralel cu  $AC$ ,  $m(\angle ACD) = m(\angle ABC)$  și  $2AB = CD$ .

a) Arătați că  $m(\angle ABC) = 30^\circ$ .

b) Fie  $M$  mijlocul segmentului  $CD$ . Arătați că  $MA$  paralel cu  $BC$ .



3. Arătați că în orice mulțime de 18 numere naturale consecutive, fiecare având trei cifre, există un număr care este divizibil cu suma cifrelor sale.

4. La o competiție participă patru echipe A, B, C, D, formate, fiecare, din câte doi jucători. În concurs, fiecare jucător trebuie să dispute câte o partidă cu fiecare din cei șase jucători ai echipelor adverse. La un moment dat, un membru al echipei A constată că printre ceilalți șapte jucători nu există doi care să fi disputat același număr de partide. Determinați câte partide au jucat până în acel moment fiecare din jucătorii echipei A.