

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**CLASA A V-A**

1. O persoană parcurge pe jos o distanță de 42 km (egală cu cea pe care se desfășoară cursa de maraton) astfel: la început aleargă cinci minute, apoi merge un minut, apoi iar aleargă cinci minute, iar merge un minut și așa mai departe, alternând perioadele de alergare cu cele de mers, până când ajunge la sfârșit. Se știe că viteza alergării este de trei ori mai mare decât cea a mersului, iar deplasarea durează 3 ore, 46 minute și 16 secunde.

a) Aflați câte minute merge persoana.

b) Aflați viteza cu care aleargă persoana, măsurată în kilometri pe oră.

2. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$. Pentru o submulțime nevidă B a lui A , notăm cu $r(B)$ suma resturilor obținute prin împărțirea elementelor lui B la 3.

a) Care este valoarea maximă a lui $r(B)$ atunci când B este alcătuită din patru numere consecutive?

b) Există 18 submulțimi disjuncte B_1, B_2, \dots, B_{18} ale lui A , alcătuite, fiecare, din câte patru numere consecutive, astfel încât $r(B_1) = r(B_2) = \dots = r(B_{18}) = 5$?

Justificați răspunsurile!

3. Fie M mulțimea numerelor \overline{abcd} , unde a, b, c, d aparține $\{1, 2\}$.

a) Câte elemente are mulțimea M ?

b) Demonstrați că orice două elemente distincte din M dau resturi diferite la împărțirea cu 16.

4. Aflați numărul maxim de elemente ale unei secvențe de numere naturale în care orice șapte termeni consecutivi au suma pară și orice opt termeni consecutivi au suma impară.